

- Peluang bersyarat B bila A diketahui, dinyatakan dengan  $P(B|A)$ , ditentukan oleh

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}, \text{ bila } P(A) > 0$$

Mengakibatkan  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$

Contoh :

1. Ruang sampel dinyatakan oleh populasi orang dewasa yang telah tamat SMA di suatu kota kecil. Mereka dikelompokkan menurut jenis kelamin dan status pekerjaan berikut.

	Bekerja	Tak Bekerja	Jumlah
Lelaki	460	40	500
Wanita	140	260	400
Jumlah	600	300	900

Daerah tersebut akan dijadikan daerah pariwisata dan seseorang akan dipilih secara acak untuk mempropagandakannya ke seluruh negeri. Peluang terpilih lelaki yang bekerja ...

Dari tabel diperoleh jumlah lelaki yang bekerja 460 orang dan jumlah yang bekerja 600 orang.

Maka peluang terpilih lelaki yang bekerja adalah  $\frac{460}{600} = \frac{23}{30}$ .

Dengan menggunakan peluang bersyarat :

M = lelaki yang terpilih

E = orang yang terpilih dalam status bekerja

Maka peluang terpilih lelaki yang bekerja adalah  $P(M|E) = \frac{P(E \cap M)}{P(E)} = \frac{460/900}{600/900} = \frac{23}{30}$ .

2. Peluang suatu penerbangan yang telah terjadwal teratur berangkat tepat waktu  $P(B) = 0.83$ . Peluang sampai tepat waktu  $P(S) = 0.82$ . Peluang berangkat dan sampai tepat waktu  $P(B \cap S) = 0.78$ .

- a. Peluang pesawat a sampai tepat waktu bila berangkat tepat waktu ...

$$P(S|B) = \frac{P(B \cap S)}{P(B)} = \frac{0.78}{0.83} = 0.94$$

- b. Peluang pesawat b berangkat tepat waktu jika sampai tepat waktu ...

$$P(B|S) = \frac{P(S \cap B)}{P(S)} = \frac{0.78}{0.82} = 0.95$$

- c. Peluang pesawat sampai tepat waktu bila berangkat tidak tepat waktu ...

$$P(S|B') = \frac{P(B' \cap S)}{P(B')} = \frac{P(S) - P(B \cap S)}{1 - P(B)} = \frac{0.82 - 0.78}{1 - 0.83} = \frac{0.04}{0.17} = 0.24$$

3. Kotak berisi 20 sekering, lima diantaranya cacat. Bila dua sekering dikeluarkan dari kotak satu demi satu secara acak (tanpa pengembalian), peluang kedua sekering itu cacat ...

A : pengambilan pertama sekering cacat,  $P(A) = \frac{5}{20}$

B : pengambilan kedua sekering cacat

$P(B|A)$  = peluang terambilnya sekering kedua yang cacat setelah pengambilan sekering pertama yang cacat tanpa pengembalian =  $\frac{4}{19}$

$$P(B \cap A) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{5}{20} \cdot \frac{4}{19} = \frac{1}{19}$$

4. Kantong pertama berisi 4 bola merah dan 3 bola hitam. Kantong kedua berisi 3 bola merah dan 5 bola hitam. Satu bola diambil dari kantong pertama dan dimasukkan tanpa melihatnya ke kantong kedua. Peluang pengambilan bola hitam dari kantong kedua ...

Ada dua kemungkinan pengambilan bola hitam dari kantong kedua, yaitu :

1. Pengambilan bola hitam pada kantong pertama dan kantong kedua

A : pengambilan bola hitam pada kantong pertama,  $P(A) = \frac{3}{7}$

B : pengambilan bola hitam pada kantong kedua

$P(B|A)$  : peluang pengambilan bola hitam pada kantong kedua setelah pengambilan bola hitam pada kantong pertama dengan meletakkan bola hitam yang terambil pada kantong pertama ke kantong kedua,  $P(B|A) = \frac{6}{9}$

$P(B \cap A)$  : peluang terambilnya bola hitam pada kantong pertama dan kedua

$$= P(A) \cdot P(B|A) = \frac{3}{7} \cdot \frac{6}{9} = \frac{18}{63}$$

2. Pengambilan bola merah pada kantong pertama dan bola hitam pada kantong kedua

C : pengambilan bola merah pada kantong pertama,  $P(C) = \frac{4}{7}$

B : pengambilan bola hitam pada kantong kedua

$P(B|C)$  : peluang pengambilan bola hitam pada kantong kedua setelah pengambilan bola merah pada kantong pertama dengan meletakkan bola merah yang terambil pada kantong pertama ke kantong kedua,  $P(B|C) = \frac{5}{9}$

$P(B \cap C)$  : peluang terambilnya bola merah pada kantong pertama dan bola hitam pada kantong kedua

$$= P(C) \cdot P(B|C) = \frac{4}{7} \cdot \frac{5}{9} = \frac{20}{63}$$

Jadi, peluang terambilnya bola hitam pada kantong kedua adalah

$$P(B \cap A) + P(B \cap C) = \frac{18}{63} + \frac{20}{63} = \frac{38}{63}$$

5. Peluang terambilnya 2 kartu dari sekotak kartu dengan pengembalian, jika kartu as terambil pertama dan kartu skop (spade) terambil kedua...

A : kartu as terambil pertama,  $n(A) = 4$

B : kartu spade terambil kedua,  $n(B) = 13$

$n(A \cap B) = \text{jumlah kartu as yang spade} = 1$

Maka  $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1}{52} : \frac{4}{52} = \frac{1}{4}$

Karena

$$P(B) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$$

sehingga  $P(B|A) = P(B)$ , maka **kejadiannya saling bebas.**

Hal ini mengakibatkan  $P(A|B) = P(A)$ .

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1}{52} : \frac{13}{52} = \frac{1}{13}$$

Dan

$$P(A) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

Sebaliknya pada contoh jadwal pesawat kejadiannya saling bergantung karena  $P(S|B) \neq P(S)$ . Artinya, B mempengaruhi S.

- Dua kejadian A dan B bebas jika dan hanya jika

$$P(B|A) = P(B)$$

Dan

$$P(A|B) = P(A)$$

Jika tidak demikian, maka A dan B tak bebas.

Contoh :

Jika pada contoh sebelumnya (contoh 3), sekering pertama dikembalikan, maka peluang terambilnya sekering yang cacat pada pengambilan kedua ...

A : pengambilan pertama sekering cacat,  $P(A) = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$

B : pengambilan kedua sekering cacat,  $P(B) = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$

$P(B|A)$  = peluang terambilnya sekering kedua yang cacat setelah pengambilan sekering pertama yang cacat dengan pengembalian =  $\frac{5}{20} = \frac{1}{4} = P(B)$

$$P(B \cap A) = P(A).P(B|A) = P(A).P(B) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

- Dua kejadian A dan B bebas jika dan hanya jika

$$P(A \cap B) = P(A).P(B)$$

Contoh :

6. Suatu kota kecil mempunyai satu mobil pemadam kebakaran dan satu ambulans untuk keadaan darurat. Peluang mobil pemadam kebakaran siap waktu diperlukan 0.98, peluang ambulans siap waktu dipanggil 0.92. Peluang keduanya siap dalam kejadian ada kecelakaan karena kebakaran gudang...

$$P(A) = \text{peluang mobil kebakaran} = 0,98$$

$$P(B) = \text{peluang ambulans} = 0,92$$

Kejadian A dan B saling bebas sehingga,

$$P(A \cap B) = P(A).P(B) = 0,98 \cdot 0,92 = 0,9016$$

7. Dua dadu dilantunkan dua kali. Peluang jumlah 7 dan 11 dalam dua kali lantunan...

A = jumlah dadu 7 =  $\{(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)\}$

B = jumlah dadu 11 =  $\{(5,6), (6,5)\}$

$A_1$  = jumlah dadu 7 muncul pada lantunan 1,  $P(A_1) = \frac{6}{36}$

$A_2$  = jumlah dadu 7 muncul pada lantunan 2,  $P(A_2) = \frac{6}{36}$

$B_1$  = jumlah dadu 11 muncul pada lantunan 1,  $P(B_1) = \frac{2}{36}$

$B_2$  = jumlah dadu 11 muncul pada lantunan 2,  $P(B_2) = \frac{2}{36}$

$A_1, A_2, B_1, B_2$  adalah kejadian saling bebas. Sehingga peluang jumlah 7 dan 11 dalam dua kali Lantunan adalah

$$P(A_1 \cap B_2) + P(B_1 \cap A_2) = P(A_1) \cdot P(B_2) + P(B_1) \cdot P(A_2) = \frac{6}{36} \cdot \frac{2}{36} + \frac{2}{36} \cdot \frac{6}{36} = \frac{24}{36 \cdot 36}$$

$$= \frac{1}{18 \cdot 3} = \frac{1}{54}$$

- Bila dalam suatu percobaan, kejadian  $A_1, A_2, \dots, A_n$  dapat terjadi maka  
 $P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2|A_1) \cdot P(A_3|A_1 \cap A_2) \dots P(A_n|A_1 \cap A_2 \dots \cap A_{n-1})$

Bila kejadian  $A_1, A_2, \dots, A_n$  saling bebas, maka

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2) \dots P(A_n)$$

Contoh :

8. Tiga kartu diambil satu demi satu tanpa pengembalian dari sekotak kartu (berisi 52).  $A_1$  adalah kejadian kartu pertama as berwarna merah,  $A_2$  adalah kejadian kartu kedua 10 atau jack,  $A_3$  adalah kejadian kartu ketiga lebih besar dari 3 tapi lebih kecil dari 7. Peluang kejadian  $A_1 \cap A_2 \cap A_3$  terjadi adalah...

$$P(A_1) = \frac{2}{52} = \frac{1}{26}$$

$$P(A_2|A_1) = \frac{8}{51}$$

$$P(A_3|A_1 \cap A_2) = \frac{12}{50} = \frac{6}{25}$$

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1) \cdot P(A_2|A_1) \cdot P(A_3|A_1 \cap A_2) = \frac{1}{26} \cdot \frac{8}{51} \cdot \frac{6}{25} = \frac{24}{16575}$$

9. Suatu uang logam yang tak setangkup mempunyai peluang muncul muka dua kali lebih besar dari peluang muncul belakang. Bila uang itu dilantun 3 kali, peluang mendapat 2 belakang dan 1 muka...

$$P(M) = \text{peluang muncul muka} = \frac{2}{3}$$

$$P(B) = \text{peluang muncul belakang} = \frac{1}{3}$$

C = Kejadian muncul 2 belakang dan 1 muka =  $\{(MBB), (BMB), (BBM)\}$

Karena kejadiannya saling bebas maka

$$P(MBB) = P(M) \cdot P(B) \cdot P(B) = P(BMB) = P(BBM)$$

Sehingga

$$P(C) = 3 \left( \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \right) = \frac{2}{9}$$

10. Jika pada contoh 1 diberikan keterangan tambahan bahwa 36 dari yang bekerja dan 12 dari yang menganggur adalah anggota koperasi. Peluang orang yang terpilih adalah anggota koperasi...

A = orang koperasi,  $n(A) = 48$

$A \cap E$  = orang koperasi yang bekerja,  $n(A \cap E) = 36$ ,  $P(A|E) = \frac{36}{600}$

$A \cap E'$  = orang koperasi yang tidak bekerja,  $n(A \cap E') = 12$ ,  $P(A|E') = \frac{12}{300}$

$$P(A) = P(A \cap E) + P(A \cap E') = P(E) \cdot P(A|E) + P(E') \cdot P(A|E')$$

$$= \frac{600}{900} \cdot \frac{36}{600} + \frac{300}{900} \cdot \frac{12}{300} = \frac{1}{25} + \frac{1}{75} = \frac{4}{75}$$

- Misalkan kejadian  $A_1, A_2, \dots, A_n$  merupakan suatu sekatan dari ruang sampel T dengan

$$P(A_i) \neq 0, i = 1, 2, \dots, n$$

Maka untuk setiap kejadian B anggota T

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i \cap B) = \sum_{i=1}^n P(A_i) \cdot P(B|A_i)$$

Contoh : Tiga anggota koperasi dicalonkan menjadi ketua. Peluang Pak Ali terpilih 0.3, peluang Pak Badu terpilih 0.5, sedangkan peluang pak cokro terpilih 0.2. Kalau Pak Ali terpilih maka peluang kenaikan iuran koperasi adalah 0.8. Bila Pak Badu atau Pak Cokro yang terpilih maka peluang kenaikan iuran adalah masing-masing 0.1 dan 0.4. Peluang iuran akan naik...

$P(B)$  = peluang iuran naik

$P(A_1)$  = peluang Pak Ali terpilih = 0.3

$P(A_2)$  = peluang Pak Badu terpilih = 0.5

$P(A_3)$  = peluang Pak Cokro terpilih = 0.2

$P(B|A_1)$  = peluang iuran naik ketika Pak Ali terpilih = 0.8

$P(B|A_2)$  = peluang iuran naik ketika Pak Badu terpilih = 0.1

$P(B|A_3)$  = peluang iuran naik ketika Pak Cokro terpilih = 0.4

$P(B) = P(A_1) \cdot P(B|A_1) + P(A_2) \cdot P(B|A_2) + P(A_3) \cdot P(B|A_3)$

$$= (0.3)(0.8) + (0.5)(0.1) + (0.2)(0.4) = 0.24 + 0.05 + 0.08 = 0.37$$

- Aturan Bayes : Misalkan kejadian  $A_1, A_2, \dots, A_n$  merupakan suatu sekatan ruang sampel T dengan  $P(A_i) \neq 0, i = 1, 2, \dots, n$

Misal kejadian sembarang B dalam T dengan  $P(B) \neq 0$ . Maka

$$P(A_i|B) = \frac{P(A_i \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A_i \cap B)}{\sum_{i=1}^n P(A_i \cap B)} = \frac{P(A_i) \cdot P(B|A_i)}{\sum_{i=1}^n P(A_i) \cdot P(B|A_i)}$$

Untuk  $i = 1, 2, \dots, n$

Contoh : pada contoh sebelumnya, Jika diketahui iuran telah naik, peluang pak cokro terpilih adalah ...

$$P(A_3|B) = \frac{P(A_3) \cdot P(B|A_3)}{P(B)} = \frac{(0.2)(0.4)}{0.37} = 0.216$$

- Peubah acak adalah suatu fungsi yang mengaitkan suatu bilangan real pada setiap unsur dalam ruang sampel. Peubah acak akan dinyatakan dalam huruf besar, sedangkan nilainya akan dinyatakan dengan huruf kecil.

Contoh :

1. Peubah acak X menyatakan banyaknya barang yang cacat bila tiga sukucadang elektronik diuji. X mendapat nilai 2 untuk semua unsur pada himpunan bagian

$$E = \{CCB, CBC, BCC\}$$

Dari ruang sampel  $T = \{BBB, BBC, BCB, CBB, BCC, CBC, CCB, CCC\}$

Jadi, tiap kemungkinan nilai  $X$  menggambarkan suatu kejadian yang merupakan ruang bagian dari ruang sampel.

2. Dua bola diambil satu persatu tanpa dikembalikan dari suatu kantong berisi 4 bola merah dan 3 bola hitam. Bila  $Y$  menyatakan jumlah bola merah yang diambil maka nilai  $y$  yang mungkin dari peubah acak  $Y$  adalah ...

$$y = \{0,1,2\}$$

3. Tiga orang petani : Pak Ali, Pak Badu dan Pak Cokro menitipkan pecinya di pagi hari pada seorang anak. Sore harinya si anak mengembalikan peci tersebut secara acak pada ketiga petani. Bila Pak Ali, Pak Badu dan Pak Cokro dalam urutan seperti itu menerima peci dari si anak, maka tuliskanlah titik sampel untuk semua urutan yang mungkin mendapatkan peci tersebut dan kemudian cari nilai  $k$  dari peubah acak  $K$  yang menyatakan jumlah urutan yang cocok!

Ruang Sampel	K
ABC	3
ACB	1
CBA	1
BAC	1
CAB	0
BCA	0

- Jika suatu ruang sampel mengandung titik yang berhingga banyaknya atau sederetan anggota yang banyaknya sebanyak bilangan bulat, maka ruang sampel itu disebut ruang sampel diskrit.
- Jika ruang sampel mengandung titik sampel yang takberhingga banyaknya dan banyaknya sebanyak titik pada sepotong garis, maka ruang sampel itu disebut ruang sampel kontinu.
- Peubah acak diskrit adalah peubah acak yang himpunan kemungkinan hasilnya terhitung. Peubah acak diskrit menggambarkan data cacah, seperti banyak barang yang cacat atau banyak bayi lahir di suatu daerah per tahun.
- Peubah acak kontinu adalah peubah acak yang dapat memperoleh semua nilai pada skala kontinu. Peubah acak kontinue menyatakan data yang diukur, seperti seluruh kemungkinan tinggi, berat, temperatur, jarak atau jangka hidup.
- Himpunan pasangan terurut  $(x, f(x))$  merupakan suatu fungsi peluang, fungsi massa peluang atau distribusi peluang peubah acak diskrit  $X$  bila, untuk setiap kemungkinan hasil  $x$ 
  1.  $f(x) \geq 0$
  2.  $\sum_x f(x) = 1$
  3.  $P(X = x) = f(x)$

Contoh :

4. Suatu mata uang dilantunkan tiga kali, peubah acak  $X$  yang menyatakan banyaknya muka yang muncul

$x$	0	1	2	3
Ruang Sampel	BBB	MBB, BMB, BBM	MMB, MBM, BMM	MMM
$P(X=x)$	1/8	3/8	3/8	1/8

5. Dalam contoh 3, peubah acak  $K$  menyatakan kesesuaian topi dan pemiliknya

k	0	1	3
Ruang Sampel	BCA,CAB	ACB,CBA,BAC	ABC
P(X=x)	2/6=1/3	3/6=1/2	1/6

6. Suatu pengiriman 8 komputer pc yang sama ke suatu toko mengandung 3 yang cacat. Bila suatu sekolah membeli 2 komputer ini secara acak, distribusi peluang banyaknya yang cacat... Peubah acak X menyatakan banyaknya komputer pc yang cacat.

- Peluang pembelian tanpa ada yang cacat, dinyatakan oleh

$$f(0) = P(X = 0) = \frac{\binom{3}{0}\binom{5}{2}}{\binom{8}{2}} = \frac{3! \cdot 5!}{3! \cdot 0! \cdot 2! \cdot 2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{8 \cdot 7 \cdot 6!} = \frac{10}{28}$$

- Peluang pembelian ada yang cacat, dinyatakan oleh

$$f(1) = P(X = 1) = \frac{\binom{3}{1}\binom{5}{1}}{\binom{8}{2}} = \frac{3! \cdot 5!}{2! \cdot 1! \cdot 4! \cdot 1!} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 4!}{8 \cdot 7 \cdot 6!} = \frac{15}{28}$$

- Peluang pembelian semua cacat, dinyatakan oleh

$$f(2) = P(X = 2) = \frac{\binom{3}{2}\binom{5}{0}}{\binom{8}{2}} = \frac{3! \cdot 5!}{2! \cdot 1! \cdot 5! \cdot 0!} = \frac{3}{28}$$

Jadi distribusi peluang X

x	0	1	2
P(X=x)	10/28	15/28	3/28

7. Bila 50% mobil yang dijual bermesin diesel, rumus distribusi peluang banyaknya mobil bermesin diesel bagi ke 4 mobil berikutnya yg dijual agen tersebut... 50% mobil bermesin diesel artinya 50% lagi bermesin bensin. Sehingga ruang sampelnya ada  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$ . Dan mobil bermesin diesel ataupun bensin memiliki peluang yang sama yaitu  $1/16$ . Jika X merupakan peubah acak yang menyatakan banyaknya mobil bermesin diesel yang dijual, maka x bernilai 0,1,2,3,4. Rumus distribusi peluang 4 mobil yang dijual bermesin diesel adalah

$$f(x) = \frac{\binom{4}{x}}{16}, \text{ untuk } x = 0,1,2,3,4.$$

- Distribusi kumulatif F(x) suatu peubah acak diskrit X dengan distribusi peluang f(x) dinyatakan oleh

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{t \leq x} f(t) \text{ untuk } -\infty < x < \infty$$

Contoh :

8. Pada contoh 3,

$$F(2,4) = P(K \leq 2,4) = f(0) + f(1) = \frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{5}{6}.$$

Distribusi kumulatif K diberikan oleh

$$F(k) = \begin{cases} 0, & \text{bila } k < 0 \\ \frac{1}{3}, & \text{bila } 0 \leq k < 1 \\ \frac{5}{6}, & \text{bila } 1 \leq k < 3 \\ 1, & \text{bila } k \geq 3 \end{cases}$$

9. Hitunglah distribusi kumulatif peubah acak  $X$  dalam contoh 7 dengan menggunakan  $F(x)$ . Perhatikan bahwa  $f(2)=3/8$ .

$$F(0) = f(0) = \frac{\binom{4}{0}}{16} = \frac{4!}{4! \cdot 0!} = \frac{1}{16}$$

$$F(1) = f(0) + f(1) = \frac{1}{16} + \frac{\binom{4}{1}}{16} = \frac{3! \cdot 1!}{16} = \frac{1}{16} + \frac{4}{16} = \frac{5}{16}$$

$$F(2) = f(0) + f(1) + f(2) = F(1) + f(2) = \frac{5}{16} + \frac{\binom{4}{2}}{16} = \frac{5}{16} + \frac{2! \cdot 2!}{16} = \frac{5}{16} + \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 16} \\ = \frac{5}{16} + \frac{6}{16} = \frac{11}{16}$$

$$F(3) = F(2) + f(3) = \frac{11}{16} + \frac{\binom{4}{3}}{16} = \frac{11}{16} + \frac{1! \cdot 3!}{16} = \frac{11}{16} + \frac{4}{16} = \frac{15}{16}$$

$$F(4) = F(3) + f(4) = \frac{15}{16} + \frac{\binom{4}{4}}{16} = \frac{15}{16} + \frac{4! \cdot 0!}{16} = \frac{15}{16} + \frac{1}{16} = \frac{16}{16} = 1$$

Sehingga

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{bila } x < 0 \\ \frac{1}{16}, & \text{bila } 0 \leq x < 1 \\ \frac{5}{16}, & \text{bila } 1 \leq x < 2 \\ \frac{11}{16}, & \text{bila } 2 \leq x < 3 \\ \frac{15}{16}, & \text{bila } 3 \leq x < 4 \\ 1, & \text{bila } x \geq 4 \end{cases}$$

Dan

$$f(2) = F(2) - F(1) = \frac{11}{16} - \frac{5}{16} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

- Fungsi  $f(x)$  adalah fungsi padat peluang peubah acak kontinu  $X$ , yang didefinisikan di atas himpunan semua bilangan real  $\mathbb{R}$ , bila
  - $f(x) \geq 0$  untuk semua  $x \in \mathbb{R}$
  - $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$
  - $P(a < X < b) = \int_a^b f(x) dx$

Contoh :

10. Galat suhu reaksi, dalam  $^{\circ}\text{C}$ , dalam percobaan laboratorium yang dikontrol merupakan peubah acak  $X$  yang mempunyai fungsi padat peluang



$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{3}, & -1 < x < 2 \\ 0, & \text{untuk } x \text{ lainnya} \end{cases}$$

- a. Tunjukkan bahwa syarat 2 pada definisi fungsi padat peluang dipenuhi

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = \int_{-1}^2 \frac{x^2}{3} dx = \frac{x^3}{3.3} \Big|_{-1}^2 = \frac{2^3}{9} - \frac{(-1)^3}{9} = \frac{8+1}{9} = \frac{9}{9} = 1$$

- b. Hitung  $P(0 < x \leq 1)$

$$P(0 < X \leq 1) = \int_0^1 \frac{x^2}{3} dx = \frac{x^3}{3.3} \Big|_0^1 = \frac{1^3}{9} - \frac{0^3}{9} = \frac{1}{9}$$

- Distribusi Kumulatif  $F(x)$  suatu peubah acak kontinu  $X$  dengan fungsi padat peluang  $f(x)$  diberikan oleh

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt \text{ untuk } -\infty < x < \infty$$

Akibatnya

$$P(a < X < b) = F(b) - F(a)$$

Dan

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx}, \text{ jika fungsi turunannya ada.}$$

Contoh :

11. Carilah  $F(x)$  dari fungsi padat peluang pada contoh 10 dan kemudian hitunglah  $P(0 < X \leq 1)$  Untuk  $-1 < x < 2$

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt = \int_{-1}^x \frac{t^2}{3} dt = \frac{t^3}{9} \Big|_{-1}^x = \frac{x^3}{9} - \frac{(-1)^3}{9} = \frac{x^3 + 1}{9}$$

Jadi,

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \\ \frac{x^3 + 1}{9}, & -1 \leq x < 2 \\ 1, & x \geq 2 \end{cases}$$

$$P(0 < X \leq 1) = F(1) - F(0) = \frac{2}{9} - \frac{1}{9} = \frac{1}{9}$$